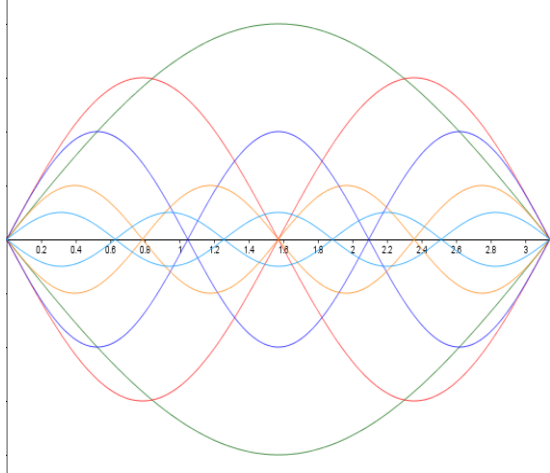


Die Ultraviolett-Katastrophe

Lord Rayleigh & James Jeans	Max Planck
<u>Idee</u>: Es können nur stehende Wellen der elektromagnetischen Strahlung im Potenzialtopf des „Schwarzen Körpers“ existieren. Dabei wird der ideale „Schwarze Körper“ als Hohlraumstrahler wie ein Ofen mit den Maßen $d \times d \times d$ vereinfachend angenommen. 3-dimensional betrachtet sind nur folgende Ortsfrequenzen k möglich: $k = \frac{\pi}{d} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$ $\rightarrow$ Anzahl der möglichen Schwingungsmoden $n = \frac{8\pi}{3\lambda^3}$	 $n = \frac{8\pi}{3\lambda^3}$
RAYLEIGH ging von einer Gleichverteilung der Energie der Oszillatoren pro Freiheitsgrad aus $\overline{E}(T, \nu) = k T$	PLANCK ging davon aus, dass jeder Oszillator nur ein ganzzahliges Vielfaches eines elementaren Energiequants $E_0 = h\nu$ annehmen kann – es können also nicht alle theoretischen Schwingungszustände eingenommen werden – insbesondere, wenn die angebotene Energie kT viel kleiner ist als der anzuregende Zustand $h\nu$. $\overline{E}(T, \nu) = \frac{h\nu}{e^{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)} - 1}$
Differenzielle Energiedichte $U(T, \nu)$ in J/m^3 für eine bestimmte Frequenz ν im Spektrum des „Schwarzen Körpers“ :	
$U(T, \nu) d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT d\nu$ $\int_0^\infty \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT d\nu \rightarrow \infty$ ↗	$U(T, \nu) d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)} - 1} d\nu$ $\int_0^\infty \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)} - 1} d\nu = \frac{8\pi^5 k^4 T^4}{15c^3 h^3}$ endlich !

Es gilt für kleine x : $e^x - 1 \approx x \rightarrow \frac{\frac{h\nu}{kT}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \approx \frac{h\nu}{kT} = kT$

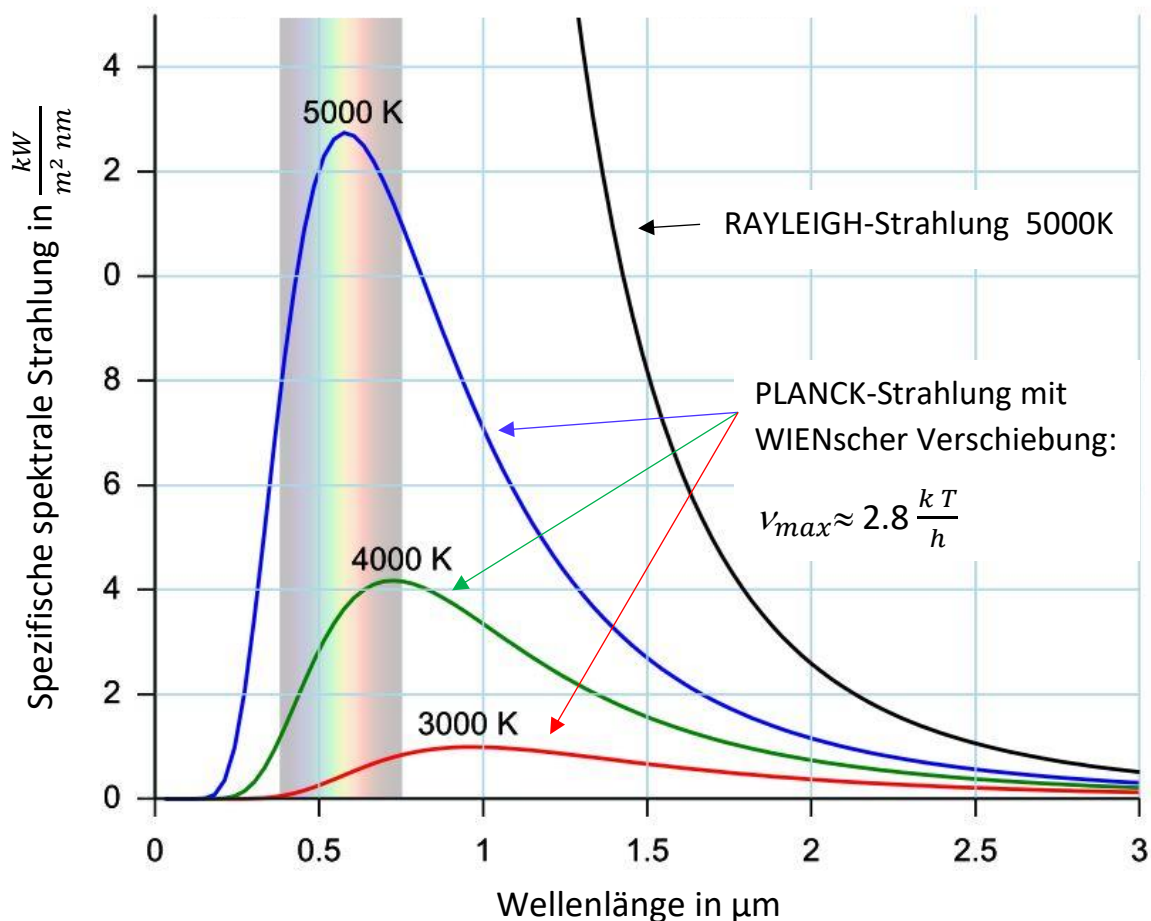
d.h. die Strahlungskurve des RAYLEIGHschen Strahlungsgesetzes stimmt für niedrige Frequenzen näherungsweise mit dem PLANCKschen Strahlungsgesetz überein.

Leistungsdichte $M(T, \lambda)$ in W/m^3 in Wellenlängenschreibweise:

$$M(T, \lambda) = \frac{2\pi c kT}{\lambda^4}$$

$$M(T, \lambda) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)} - 1}$$

Strahlungsleistung gesamt: $P = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \oint_0^{4\pi} M(T, \lambda) dA d\lambda$



Weiterführende Informationen z.B. unter [slideplayer.com](https://www.slideplayer.com)